

# 基于随机场的全息采样及三维显示

范 诚<sup>1</sup>, 宋占杰<sup>2,4</sup>, 汪火根<sup>3,4</sup>, 蔡志森<sup>1</sup>, 江朝川<sup>1</sup>, 张 硕<sup>5</sup>

(1. 深圳市泛彩溢实业有限公司, 广东深圳 518104; 2. 天津大学数学学院, 天津 300354;  
3. 天津大学电气自动化与信息工程学院, 天津 300072; 4. 天津大学电视与图像信息研究所, 天津 300072;  
5. 天津财经大学数学系, 天津 300222)

**摘 要:** 虽然真彩色实时全息显示技术在近几年已经取得了阶段性的发展, 如何实现符合人眼视觉条件的理想三维显示是一项具有很有挑战性的工作. 本文提出了基于随机场的局部平均采样理论, 并借助光子波函数的四维傅里叶变换, 搭建了以体像素和空间谱为基本抽样单位的三维空间信息的全息抽样框架, 并进一步通过实例将这一新的数学模型成功应用于三维空间信息的离散采样、完整恢复与全息显示. 最后借助商用 4K 平面显示器, 结合小透镜阵列和全息功能屏, 成功演示了人眼可分辨的典型完美全息三维场.

**关键词:** 全息采样; 全息显示; 全息功能屏; 体像素; 空间谱; 随机场; 局部平均采样; 四维傅里叶变换

**中图分类号:** TP302 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2020)09-1755-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.09.013

## Holographic Sampling and Holographic Display of Three-Dimensional Space Information Based on Random Fields

FAN Cheng<sup>1</sup>, SONG Zhan-jie<sup>2,4</sup>, WANG Huo-gen<sup>3,4</sup>, CAI Zhi-sen<sup>1</sup>,  
JIANG Chao-chuan<sup>1</sup>, ZHANG Shuo<sup>5</sup>

(1. AFC Technology CO., LTD., Shenzhen, Guangdong 518104, China;

2. School of Mathematics, Tianjin University, Tianjin 300354, China;

3. School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

4. Institution of TV and Image Information, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

5. Department of Mathematics, Tianjin University of Finance and Economics, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** Although real-time holographic display technology has been developed in recent years, how to develop an ideal 3D (three dimension) display that meets human visual condition is always a challenging task. Based on the four-dimensional Fourier transforms of the wave function of photons, a holographic sampling theory is proposed for the information of a three-dimensional space with the sampling unit by voxel and spectrum (spatial spectrum). It is successfully applied to the practice of three dimensional information processing such as discrete acquisition, integral restoration and holographic display of a three dimensional space. Based on a commercial 4K flat-panel displayer and the microlens arrays combined with a holographic functional screen, the perfect holographic three-dimensional displays for human vision is demonstrated.

**Key words:** holographic sampling; holographic display; holographic functional screen; voxel; spectrum; random field; local average sampling; four dimensional Fourier transforms

### 1 引言

变化的自然界的数学模型的研究起源于前苏联数学家 Kolmogorov. 1941 年, Kolmogorov 引入了 4 维随机变量空间  $X(x, y, z, t)$ <sup>[1]</sup> 研究湍流. 4 维随机变量空间

$X(x, y, z, t)$  被称为随机场, 也被称为多指标随机过程. 其中, 前三个变量  $(x, y, z)$  代表空间位置, 最后一个变量  $t$  代表时间. 随后, Yaglom 在此基础上发展了平稳随机场相关理论<sup>[2-4]</sup>. 目前, 该理论已被成功应用于大气湍流, 遥感影像, 波浪检测和风险评估等领域<sup>[5-7]</sup>.

2004年, Song等人借助随机积分引入了随机过程的非对称区间局部平均采样<sup>[8-11]</sup>作为一般随机过程的采样数学模型并发展了平稳随机过程采样理论. 最近, Zhang等人又将这一理论扩展到随机场非对称区域采样<sup>[12]</sup>. 在应用方面, Fan将这一局部平均采样的特殊情形称为体像素(hoxel)<sup>[13-17]</sup>, 并成功将这一思想借助普通摄影-投影阵列结合全息功能屏幕实现真彩色实时全息显示. 其中最大的困难是对各单个摄影-投影系统的成像输入与输出进行相应的锚定与校准, 从而实现系统的集成化; 另外大量摄影机与投影机的采用会导致系统成本过高难以被公众所接受. 集成照相术<sup>[18,19]</sup>从理论上讲是一种理想的三维光场采集与再重构技术, 但却难以克服由微透镜阵列成像所带来的孔径衍射受限所导致的各子图像质量与最终三维显示分辨率的固有矛盾. 如何摆脱李普曼集成照相的衍射受限, 将人眼视觉冗余的二维平面显示信息转化为与其相对应的符合人眼视觉条件的理想三维显示仍然是一项具有挑战性的工作.

本文从光子离散能量分布波函数的四维傅里叶变换的数学表达与物理意义出发, 进一步提出以体像素和空间谱(spectrum)为抽样单位的三维空间信息全息抽样理论. 在此基础上利用透镜阵列板结合全息功能屏, 对三维空间信息进行全息采样、全息编码、完整恢复以及全息解码再现, 实现了人眼可识别的完美全息显示. 本文首先给出随机场局部平均采样以及体像素的数学定义, 然后阐述体像素的空间谱形式, 接着描述信息的空间谱采集与重构, 最后展现三维全息显示效果.

## 2 随机场局部平均采样与体像素

自然界任意一个被观察对象都可以通过4维随机变量 $X(r, t) = X(x, y, z, t; \omega)$ 表示, 采样获得的是一个随时间变化的时间序列, 其中每一个采样点是一个灰度值, 把这些采样点重新拼接起来能得到一幅全息图. 考虑到 $(x, y, z)$ 代表空间位置,  $t$ 代表时间. 于是可取同一个随机场中两个随机变量 $X_1(r_1, t_1), X_2(r_2, t_2)$ , 且满足 $E[X(r, t)]^2 < \infty$ , 则其自相关函数为:

$$R_{X_1, X_2} = \int_{\omega} X_1(r_1, t_1; \omega) X_2(r_2, t_2; \omega) dP(\omega) \quad (1)$$

由于一个被观测物体不同位置的反光性是不同的, 对于点 $(x_i, y_j, z_k, t_m)$ ,  $i, j, k, m \in Z$ , 其中 $Z$ 代表全体整数. 我们获取的是它附近一个小区域上的加权局部平均值:

$$\langle X; \mu_{ijkm} \rangle = \int_{R^4} X(x, y, z, t; \omega) \mu_{ijkm}(x, y, z, t) dx dy dz dt \quad (2)$$

其中,  $\mu_{ijkm}(x, y, z, t)$ 是一个四维空间上的概率密度函数, 在点 $(x_i, y_j, z_k, t_m)$ 的四维 $\delta_1 - \delta_2$ 球邻域 $\{(x, y, z, t) |$

$(x - x_i)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_k)^2 \leq \delta_1^2, |t - t_m| < \delta_2\}$ 内有紧支集, 即

$$\int_{R^4} \mu_{ijkm}(x, y, z, t) dx dy dz dt = 1 \quad (3)$$

且满足:  $\mu_{ijkm}(x, y, z, t) = 0$ , 若 $(x, y, z, t) \notin D(x_i, y_j, z_k, t_m; \delta_1, \delta_2)$ .

对于视觉全息显示, 人的视觉暂留在0.06s左右, 而人脑采样后感知时间远长于采样时间, 这里的 $\delta_2$ 首先要远远小于0.03; 另外, 人类视觉的开角是 $1.5 \times 10^{-4}$  rad, 对于相距10m的观测物, 要想达到全息的效果, 如果以mm为单位, 这里的 $\delta_1$ 要小于0.75. 也就是说,  $\delta_1$ 主要取决于观测距离. 而对于相距10km的物体, 采样半径需要大约0.75m, 实际采样面积小于 $1.77\text{m}^2$ 才满足要求. 因此, 受人眼构造的限制, 要想达到全息的效果, 设备采样存在一个临界点, 这个临界点类似于频带有限信号的带宽限制. 由Shannon采样定理知道, 带宽 $\Omega$ 决定信号的采样频率, 低于要求的采样频率, 信号会产生失真; 高于采样频率去采样, 会成倍增加难度和设备采样成本. 通过上述分析可知, 三维空间全息抽样也存在一个抽样支集的半径 $\delta_1$ , 大于 $\delta_1$ 去采样, 将产生马赛克效应得不到全息三维显示, 用小于 $\delta_1$ 的邻域半径去采样, 增加采样成本, 但不会增加全息质量. 我们将这个临界的采样域, 称为体像素. 下面阐述体像素的空间谱形式.

## 3 体像素的空间谱

本文先从光子离散能量分布波函数的四维傅里叶变换的数学表达与物理意义出发, 提出以体像素和空间谱为抽样单位的三维空间信息全息抽样理论. 文献<sup>[1,3,8]</sup>给出了光子离散能量分布的波函数及其四维傅里叶变换的矢量表达:

$$I(r, t) = f \times f = |f(r, t)|^2 \quad (4)$$

$$f(r, t) = \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} F(k, v) \exp[j2\pi(-k \cdot r + vt)] dk dv \quad (5)$$

$$I(k, v) = F \times F = |F(k, v)|^2 \quad (6)$$

$$F(k, v) = \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} f(r, t) \exp[-j2\pi(-k \cdot r + vt)] dr dt \quad (7)$$

其中,  $r$ 是三维空间的位置矢量, 有 $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ,  $x = r \cos \alpha$ ,  $y = r \cos \beta$ ,  $z = r \cos \gamma$ ;  $k$ 是光子的传播矢量, 有 $k = 1/\lambda$  ( $\lambda$ 为光的波长),  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ ,  $k_x = k \cos \alpha$ ,  $k_y = k \cos \beta$ ,  $k_z = k \cos \gamma$ ;  $v$ 是波长为 $\lambda = c/v$ 的该光子的振动频率,  $c$ 是光速在真空中恒定常数.  $(\alpha, \beta, \gamma)$ 是矢量对应于直角坐标系 $x, y, z$ 轴的方向角, 且满足 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ ,  $k \cdot r = k_x x + k_y y + k_z z$ .

### 3.1 体像素: 自然界时空描述的粒子语言

式(4)和式(5)提供了描述自然的粒子语言或时空

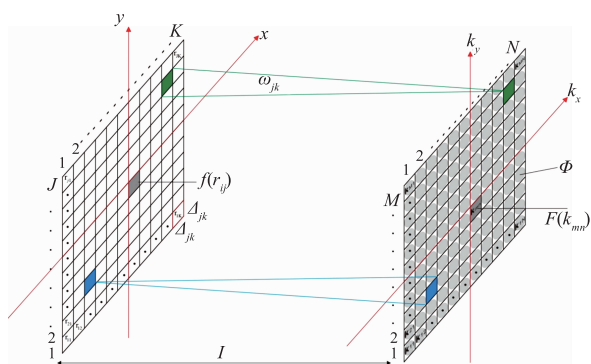


图1 三维空间信息的全息抽样示意图

语言,在该语言中时空中某一点的离散能量概率分布  $I(r, t)$  由众多同样状态光子所构成的不同方向上的单色平面波  $F(k, v) \exp[j2\pi(-k \cdot r + vt)]$  的叠加所致. 我们定义该点为大自然本身所拥有的体像素并为李普曼彩色照相术<sup>[20]</sup>所证实. 各光线被视为物体上某一点的辐照度  $I(r_n)$  的平均波长  $\lambda_n$  所对应的单色平面波, 从而在李普曼彩色照片上的相关点处产生了由干涉滤光片所导致的色彩显现.

### 3.2 空间谱:大自然频谱描述的数学语言

式(6)和式(7)为我们提供了描述自然的波动语言或频谱语言,在该语言中来自物体同一方向上的光子离散能量概率分布  $I(k, v)$  由众多靠近物体的体像素按空间不同位置叠加而成. 这些由  $f(r, t) \exp[-j2\pi(-k \cdot r + vt)]$  所表示的体像素  $H(r_n)$  沿空间同一方向发射出各自相同状态的光子, 构成了物体在该方向的二维辐照度图案  $P(\lambda_n)$ . 我们定义该辐照度图案为该物体的空间谱(英文表达为“spatial spectrum”, 这里简化为新词“spactrum”), 它由针孔成像过程得以实现, 并由现代信息科技改善发展成为数码形式的高清二维彩色图像.

### 3.3 三维空间信息的全息抽样

我们可以由空间尺寸为  $\Delta_{jk}$  的  $J \times K$  个体像素所组成的体像素面  $(x, y)$  与空间抽样角为  $\omega_{mn}$  的  $M \times N$  个空间谱所组成的空间谱面  $(k_x, k_y)$  对大自然的空间三维信息分别在时空域和频谱域进行全息抽样, 则式(4)到(7)的离散表达形式如下:

$$I(r_{jk}) = f \times f = |f(r_{jk})|^2 \quad (8)$$

$$f(r_{jk}) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N F(k_{mn}) \exp[j2\pi(-k_{mn} \cdot r_{jk})] \quad (9)$$

$$I(k_{mn}) = F \times F = |F(k_{mn})|^2 \quad (10)$$

$$F(k_{mn}) = \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K f(r_{jk}) \exp[-j2\pi(-k_{mn} \cdot r_{jk})] \quad (11)$$

这相当于利用空间角分辨为  $\omega_{jk}$  的  $M \times N$  个小透镜阵列对  $J \times K$  个体像素尺寸为  $\Delta_{jk}$  的被研究物体  $O$  实施李普曼集成照相, 如图 1 所示. 其中, 有关时间的变量被

可见光  $\lambda_{R,G,B}$  所取代并融汇在各位置矢量  $r_{jk}$  所对应的李普曼彩色照相的平均波长  $\lambda_{jk}$  中. 假设各微小透镜的孔径为  $\Phi$ , 则衍射所带来的该小透镜的角分辨为  $\omega_\Phi = 2\lambda_{jk}/\Phi$ . 可见小透镜的尺寸不能太小, 否则当其空间角分辨  $\omega_\Phi$  大于体像素的空间角分辨  $\omega_{jk}$  时, 不能保证各子图像的像质, 并带来人眼视觉所不可接受的散斑噪声. 其孔径最佳尺寸为:

$$\Phi_{\text{opt}} = 2\lambda_{jk}/\omega_{jk} = 2\lambda_\alpha \Delta_{jk}/l \quad (12)$$

这里  $\lambda_\alpha$  是可见光的平均波长约为 550nm,  $l$  是体像素面  $(x, y)$  与空间谱面  $(k_x, k_y)$  的空间距离.

由此我们可以得出以下结论来描述光作为大自然信息的基本载体:(1)大自然给人类所提供的视觉信息本身就是四维的或全息的, 它由光子抽样所产生的体像素和空间谱构成. 大自然中的光子离散能量分布由其波函数通过其完整的空间谱和体像素全息地表现着, 体像素作为空间谱的四维傅里叶变换被人脑通过人眼或其他探测器全息地接收并感知. (2)摄影术(李普曼彩色照相)利用单一体像素(针孔相机)从技术上实现了单一空间谱(彩色)的能量空间分布物质表现形式——大自然某个方向视图的彩色照片, 构成了由电子信号一维处理方式所成就的二维图像显示文明根基. (3)全息术利用单一空间谱(单色平面波参考光)从技术上实现了完整空间谱(针孔成像在空间谱面上的卷积)的空间能量分布物质表现形式——该空间的全息图, 激励着人们利用对光子信息的矢量处理去追寻三维信息显示的梦想. (4)利用体像素和空间谱的基本物理概念对三维空间信息进行全息抽样, 将有效结合现代电子文明与未来光子智慧, 开启从 e-IT 到 p-IT 的文明交替之门.

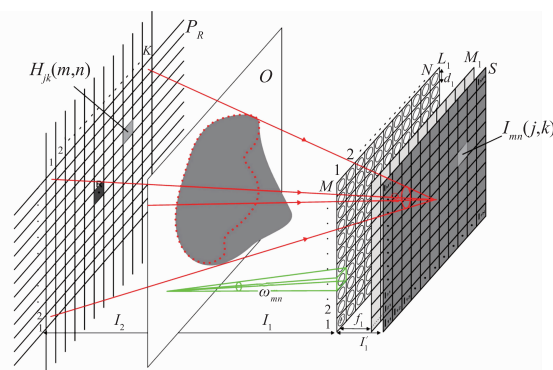


图2 空间谱平行采集示意图

## 4 信息的空间谱采集与重构

### 4.1 空间谱的平行采集

图 2 是空间谱信息采集示意图.  $L_1$  是一由  $M \times N$  个成像参数一致的小透镜所组成的阵列透镜板, 各透镜的孔径为  $a_1$ , 焦距为  $f_1$ , 中心间距为  $d_1$ , 则各透镜的视场

角(FOV)为 $\Omega$ ,满足关系 $\tan(\Omega/2) = a_1/(2f_1)$ .由于各透镜的光轴平行,则对位于各个透镜有效视角 $\Omega$ 内的三维物体 $O$ 来说,各透镜所采集的空间谱图像信息为 $I_{mn}$ ( $m=1$ 到 $M, n=1$ 到 $N$ ),其空间谱抽样角可表示为: $\omega_{mn} = d_1/l_1$ ,这里 $l_1$ 是透镜板 $L_1$ 与物体 $O$ 间的距离. $S$ 是感光元件(例如,彩色胶片,CCD,CMOS等),放置在透镜板 $L_1$ 的后焦面附近距离透镜板 $l'_1$ 处,以记录各透镜所采集的空间谱图像 $I_{mn}(j,k)$ , $l_1$ 与 $l'_1$ 是各单透镜的物像共轭关系. $J \times K$ (其中 $j=1$ 到 $J, k=1$ 到 $K$ )为透镜板中各成像单元数码感光器件的分辨率,其所对应的物空间体像素为 $H_{jk}$ ,即:所采集的三维物体 $O$ 由 $J \times K$ 个体像素 $H_{jk}$ 构成.参照面 $P_R$ 与物体 $O$ 的距离为 $l_3$ ,参照点 $R$ 位于参照面的中心位置.为防止各透镜所获取的信息在 $S$ 上相互干扰,在 $S$ 和 $L_1$ 之间设置视场光阑 $M_1$ ,以保证各个单透镜成像 $I_{mn}$ 互不干扰.这里的透镜阵列的孔径 $a_1$ 的大小以能采集到清晰的空间谱视图为原则,但不能超过 $d_1$ ,透镜的焦距 $f_1$ 决定了各单个透镜的视场角 $\Omega$ , $\Omega$ 越大则所能采集的三维目标的场景范围就越大.

#### 4.2 空间谱全息编码

将图2所采集的像素为 $J \times K$ 的 $M \times N$ 张空间谱图像信息进行全息编码便可获得 $J \times K$ 张空间谱全息编码图像 $S_{jk}(m,n)$ .其具体操作如图3所示,将 $I_{mn}(j,k)$ 中的第 $(j,k)$ 像素 $P_{mjnk}$ 分别填入图2中物空间的某一体像素 $H_{jk}$ ,以获得该体像素的空间谱全息编码图像 $S_{jk}$ .进行该全息编码的主要意义如下:(1)利用图2所采集的空间谱图像 $I_{mn}$ 获得原空间某一体像素 $H_{jk}$ 的数码全息编码 $S_{jk}$ 可有效实现“谱-像坐标变换”,根除传统集成照相的贗视缺陷,完美实现原空间的离散空间谱还原.(2)该编码适用于任何形式的三维还原系统,所生成的全息编码图像 $S_{jk}(m,n)$ 可直接应用于透镜阵列成像,或作为傅里叶变换全息图<sup>[9]</sup>输入逐点进行全息三维图像打印.(3)通过对 $S_{jk}$ 的简单缩放,可任意改变体像素 $H_{jk}$ 的尺寸大小以实现三维物体的放大或缩小显示.(4)可根据所要显示三维空间的具体要求(如:分辨率、景深、观察角等)设计出完整恢复该空间所需的最大空间谱抽样角 $\omega_{mn}$ ,以最少的空间谱数目 $(M,N)$ 完美恢复所要显示的三维空间.

#### 4.3 完整离散空间谱重构

将图3所示, $J \times K$ 张空间谱全息编码图像 $S_{jk}$ 经简单缩放处理后显示到相应的平面显示器 $D$ 上面, $D$ 的分辨率应大于 $M \times N \times J \times K$ .图4是离散空间谱还原示意图,在 $D$ 前面距离 $l'_2$ 处放置透镜板 $L_2$ , $l_2$ 相当于图2中体像素 $H_{jk}$ 经相应缩放处理后的 $l_3$ ,类似于 $L_1$ , $L_2$ 也是由 $J \times K$ 个成像参数一致的小透镜所组成的阵列透镜板,各透镜的孔径为 $a_2$ ,中心间距为 $d_2$ (这里正好是所

要还原的体像素 $H_{jk}$ 的尺寸).在 $D$ 与 $L_2$ 之间,同样放置视场光阑 $M_2$ 以避免各单个透镜成像的相互干扰.假设各透镜的视场角(FOV)仍然为 $\Omega$ ,则显示器 $D$ 上各空间谱编码信息 $S_{jk}(m,n)$ 将会被 $L_2$ 无畸变地投射还原为原三维物体 $O$ 的离散空间谱 $I_{mn}(j,k)$ 所构成的三维成像 $O'$ ,其体像素的个数变为 $J' \times K'$ .这里的透镜阵列的孔径 $a_2$ 的大小以能清晰的还原各空间谱全息编码图像 $S_{jk}(m,n)$ 为原则,但不能超过 $d_2$ .各单个透镜的视场角 $\Omega$ 越大,所能分辨的离散空间谱数目 $(M,N)$ 越多,所能还原三维物体的视场角就越大.这里 $l'_2$ 与 $l_2$ 的关系应该是透镜板 $L_2$ 上各小透镜的物像共轭关系,其体像素 $H'_{jk}$ 的大小正好是 $S_{jk}(m,n)$ 各像素的相应放大.

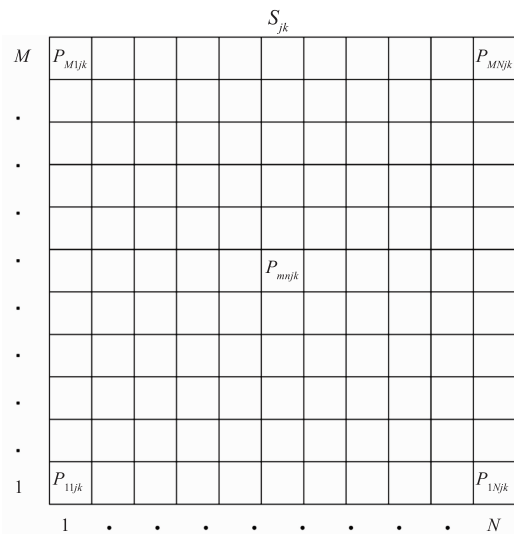


图3 空间谱全息编码示意图

#### 4.4 全息功能屏解码三维反演

三维反演的关键是将离散空间谱所形成的非连续可分辨三维空间成像转变成连续完整空间谱所形成的连续可分辨三维空间.为了实现这种光学转变,我们采用了与文献<sup>[14-18]</sup>相应的全息功能屏进行解码.整个反演过程可以通过如图4所示, $J \times K$ 个彩色二维图像投影单元用于分别将所采集的 $J \times K$ 个体像素处的相应阵列抽样视图图像沿采样时相应的锚碇关系投影成像到与原物体 $O$ 相对应的还原空间中的参照面 $O'$ 上,并使在所述参照面上各个投影视图图像的射影图案与原物体 $O$ 在所述方向的空间谱射影图案一致.所述 $J \times K$ 个彩色二维图像投影装置在所述空间谱面 $S$ 在还原空间的对应面上按照与摄取时相同的空间抽样角 $\omega_{mn}$ 排列.全息功能屏放置在 $O'$ 处时,可实现各输入空间谱 $S_{jk}$ 的展览角正好是图2所示的空间抽样角 $\omega_{mn}$ ,这样能够保证各离散空间谱编码 $S_{jk}$ 相互衔接且不重叠(或仅有少许重叠),各透镜的边沿特征刚好被模糊而成为一整体亮背景,以确保所恢复三维空间信息的全息空间谱

被连续完整地还原输出,这样人眼  $E$  便可在视场角  $\Omega$  内通过 HFS 观察到  $O'$  的全息真三维成像. 其中  $\omega_{mn} = d_1/l_1 = d_2/l_2$ ,  $l_2$  是透镜板  $L_2$  与全息功能屏(HFS)的距离.

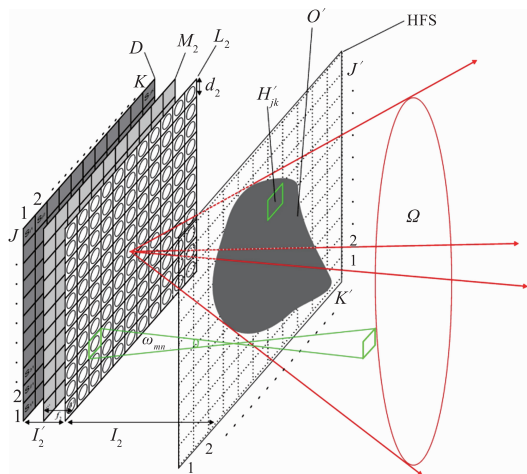


图4 三维再现全息屏解码示意图

## 5 基于 4K 商用平面显示器的三维全息显示

利用透镜阵列及全息功能屏<sup>[21-23]</sup>,我们有效地克服了集成照相术中微透镜阵列的成像质量与其所能显示三维图像的分辨率这一固有矛盾,在现有商用 4K 平面显示器的基础上,实现了真彩色全视差数码全息三维显示,其具体显示参数如下:

体像素尺寸为  $2.5\text{mm} \times 2.5\text{mm}$ ,体像素个数为  $J' \times K' = 337 \times 188$ ,空间谱数目为  $M \times N = 36 \times 36$ ,空间观察角度  $\Omega = 30^\circ$ . 图 5 是各小透镜中空间谱全息编码示意图,这里空间谱采集过程被计算机直接渲染数字三维模型替代. 为了充分利用 4K 显示屏上有限的平面像素,总数为 3318 个小透镜呈蜂窝状排列,小透镜的直径为 10mm.

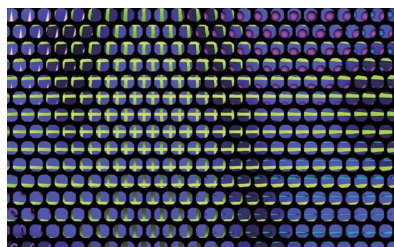


图5 各小透镜中空间谱全息编码示意图

图 6 为图 5 所示全息编码的数字三维模型所播放出的全息显示结果在各个方向上所拍出的照片,从图上可以看出来各个角度的照片可见色彩恢复圆润,从各个角度都可以看出物体的形态的变化和他们之间的三维关系,且上、中、下和左、中、右各个角度的空间体视明显,符合人眼视觉习惯. 4K 只是一个开始,随着二维

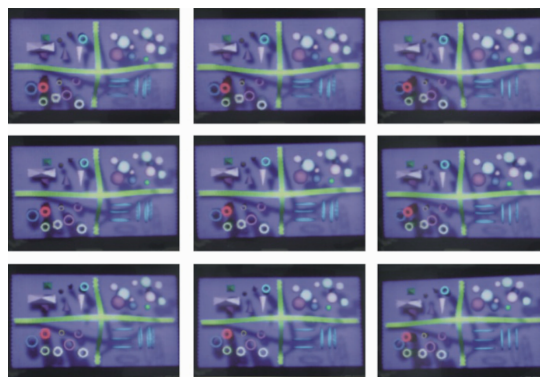


图6 多方向拍摄的数字三维模型全息显示照片

平面显示能力提高至 16K 乃至 32K,不难想象出满足人眼分辨能力的全息显示就在不久的将来出现,其实质是利用全息功能屏的定向散射特性以摆脱传统集成照相微小透镜的衍射受限困局,将人眼冗余的二维平面信息转换为可分辨的完美三维信息. 我们所期待的第一个落地产品可能是医学三维图像显示器,因为目前无论 CT 还是核磁共振的三维数据是现成的;就我们目前 4K 原型机来说,将  $36 \times 36$  张平面图片堆起来以真三维的形态进行浏览,其效率应该是目前医学诊断手段的 1000 倍,还可以联想三维实时跟踪及远程医疗帮助. 此外,利用现有光学显微系统和望远系统的平移观察,也可联想到显微三维结构显示及航拍、遥感信息的三维显示.

## 6 结论

本文以全新视角定义了随机场的局部平均采样并证明了体像素的存在. 利用体像素的空间谱和四维傅里叶变换,成功实现了三维空间信息的离散采样、完整恢复与全息显示. 但是,不同动物对应的体像素大小是不同的,不同的人种体像素的大小也略有差异. 人随着年龄的变化,感知的体像素也有变化. 如何根据随机场的局部平均采样科学设计体像素的国际标准,以实现经济、优化、高效的全息三维显示,让三维影像尽快走进我们的生活应该是迫切需要解决的下一个问题.

## 参考文献

- [1] KOLMOGOROV A N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers[J]. The Royal Society, 1991, 30(4):299-303.
- [2] YAGLOM A M. Some classes of random fields in n-dimensional space, related to stationary random processes [J]. Theory of Probability & its Applications, 1957, 2(3):273-320.
- [3] YAGLOM A M. Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions. Volume I; Basic Results [M].

- New York; Springer-Verlag, 1987.
- [4] YAGLOM A M. Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions. Volume II; Supplementary Notes and References[M]. New York; Springer-Verlag, 1987.
- [5] ZHANG S, SONG Z, LI Y. An advanced inversion algorithm for significant wave height estimation based on random field[J]. Ocean Engineering, 2016, (127): 298 – 304.
- [6] YUE Q, YAO J, Ang A H S, Spanos P D. Efficient random field modeling of soil deposits properties[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, (108): 1 – 12.
- [7] LIEBIG T, PIATKOWSKI N, BOCKERMANN C, MORIK K. Dynamic route planning with real-time traffic predictions[J]. Information Systems, 2017, 100(64): 258 – 265.
- [8] SONG Z, SUN W, YANG S, ZHU G. Approximation of weak sense stationary processes from local averages[J]. Science in China Series A; Mathematics, 2007, 50(4): 457 – 463.
- [9] SONG Z, SUN W, ZHOU X, HOU Z. An average sampling theorem for bandlimited stationary processes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 12(53): 4798 – 4800.
- [10] HE G, SONG Z. Approximation of WKS sampling theorem on random signals[J]. Numerical Functional Analysis and Optimization, 2011, 32(4): 397 – 408.
- [11] HE G, SONG Z. A rate of convergence on sampling of band limited random signals from local averages[J]. Chinese Journal of Electronics, 2013, 22(4): 747 – 750.
- [12] ZHANG S, SONG Z, LI Y. Approximation of homogeneous random field from local averages[J]. Communication in Statistics-Theory and Methods. 2017, 46(8): 3864 – 3877.
- [13] FAN F C, CHOI S, JIANG C C. Four dimensional fourier transform for wave function and reinvention of holography [A]. Holography: Culture, Art, and Information Technology-Proceedings of the Eighth International Symposium on Display Holography [C]. Shenzhen, China; River Valley TV, 2009. 424 – 452.
- [14] SANG X, FAN F C, JIANG C C, et al. Demonstration of a large-size real-time full-color three-dimensional display [J]. Optics Letters, 2009, 34(24): 3803 – 3805.
- [15] FAN F C, CHOI S, JIANG C C. Use of spatial spectrum of light to recover three-dimensional holographic nature [J]. Applied Optics, 2010, 49(14): 2676 – 2685.
- [16] YU C, YUAN J, FAN F C, et al. The modulation function and realizing method of holographic functional screen[J]. Optics Express, 2010, 18(26): 27820 – 27826.
- [17] FAN F C, JIANG C C, CHOI S. Thereinvention of holography [A]. Techniques and Principles in Three-Dimensional Imaging: An Introductory Approach [C]. Pennsylvania, USA; IGI Global, 2014. 167 – 211.
- [18] BJELKHAGEN H I. Integral 3-D imaging techniques [A]. Techniques and Principles in Three-Dimensional Imaging: An Introductory Approach [C]. Pennsylvania, USA; IGI Global, 2014. 132 – 149.
- [19] SANG X, FAN F C, CHOI S, et al. Three-dimensional display based on the holographic functional screen[J]. Optical Engineering, 2011, 50(9): 091303.
- [20] LIPPMANN G. La photographie des couleurs [J]. C R Hebd Seances Academic Science, 1891, (112): 274 – 275.
- [21] FAN F C, CHOI S, JIANG C C. Demonstration of full-parallax three-dimensional holographic display on commercial 4K flat-panel displayer [J]. Chinese Optics Letters, 2016, 14(1): 010007.
- [22] FAN F C, CHOI S, JIANG C. Demonstration of perfect holographic display on commercial 4K plane displayer [A]. Digital Holography and Three-Dimensional Imaging [C]. Shanghai, China; Optical Society of America, 2015. DW3A. 4.
- [23] FAN F C, CHOI S, JIANG C. Holographic display of digital light field [A]. Digital Holography and Three-Dimensional Imaging [C]. Jeju Island, South Korea; Optical Society of America, 2017. W3A. 2.

#### 作者简介



范 诚 男, 1991 年毕业于四川大学, 获理学博士学位, 长期从事全息显示技术的研发工作. 现任深圳市泛彩溢实业有限公司董事长.  
E-mail: drfan@afctech.com



宋占杰 男, 1965 年 11 月生于河北. 现为天津大学教授、博士生导师. 主要研究方向为随机信号采样、重构与逼近及其应用.  
E-mail: zhanjiesong@tju.edu.cn



汪火根 (通信作者) 男, 1988 年 10 月生于江西. 现为天津大学电气自动化与信息工程学院博士研究生. 主要研究方向为立体视觉与机器学习.  
E-mail: hw823@uowmail.edu.au



**江朝川** 男,1992年毕业于四川大学,获博士学位.现就职于深圳市泛彩溢实业有限公司,长期从事全息显示技术的研发工作.  
E-mail: ccjiang01@139.com



**张 硕** 女,1980年10月生于河北,现为天津财经大学数学系讲师,主要研究方向为随机场局部采样、重构及其应用.  
E-mail: shuozhang@tju.edu.cn



**蔡志森** 男,1979年出生.现就职于深圳市泛彩溢实业有限公司,长期从事全息显示技术的研发工作.  
E-mail: samchoi@afctech.com